

基于本征正交分解的叶片碰摩系统降阶方法

魏代同, 陈 星, 陈玉刚, 李宏坤
(大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 针对叶片碰摩响应求解问题,提出了采用本征正交分解进行动力学降阶的方法。通过对快照矩阵进行本征正交分解生成投影子空间,将系统动力学方程投影到子空间进行模型降阶,并结合数值积分方法进行碰摩响应求解。基于降阶模型分析了不同转速及侵入量参数下的叶片碰摩响应,并与全阶模型进行了对比。结果表明:降阶模型的时域响应幅值偏差小于 5%,计算效率提升 98.4%;通过改变叶片转速、侵入量参数验证了降阶模型的鲁棒性,并且发现随着转速、侵入量的增加,本征正交模态能量在低阶与高阶之间发生转移,并呈现出不同的传递规律,由转速引起的模态能量转移与结构的固有频率存在一定关系。该方法及结论可为叶片碰摩分析及故障诊断提供依据。

关 键 词: 降阶模型; 叶片碰摩; 本征正交分解; 碰摩响应; 模态能量
中图分类号: V231.96 **文献标志码:** A

Reduced order method of blade rubbing system based on proper orthogonal decomposition

WEI Daitong, CHEN Xing, CHEN Yugang, LI Hongkun
(School of Mechanical Engineering,
Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: In view of the problem of blade rubbing response, a proper orthogonal decomposition method was proposed to reduce the dynamic order of the system. The projection space was generated by the proper orthogonal decomposition of the snapshot matrix, the system dynamic equation was projected into the subspace for model reduction, and the rubbing response was solved in combination with the numerical integration method. Based on the reduced order model, the blade rub impact response under different speed and penetration parameters was analyzed and compared with the full order model. The results showed that the time-domain response deviation of the reduced order model was less than 5%, and the computational efficiency of the reduced order model was improved by 98.4%. The robustness of the reduced order model was verified by changing the blade speed and penetration. With the increase of rotational speed and penetration, it was found that the energy of the proper orthogonal modes transferred between the lower order and the higher order, and presented different transfer laws. There was a certain relationship between the modal energy transfer caused by the rotational speed and the natural frequency of the

收稿日期:2021-04-20

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2020YFB2010800);国家自然科学基金(92060105,U1808214)

作者简介:魏代同(1992—),男,博士生,主要从事叶轮机械结构动力学、状态监测及故障诊断研究。

通信作者:陈星(1964—),男,副教授、硕士生导师,硕士,主要从事重大设备状态监测及故障诊断研究。

E-mail:chenxing@dlut.edu.cn

引用格式:魏代同,陈星,陈玉刚,等. 基于本征正交分解的叶片碰摩系统降阶方法[J]. 航空动力学报,2022,37(4):711-720. WEI Daitong, CHEN Xing, CHEN Yugang, et al. Reduced order method of blade rubbing system based on proper orthogonal decomposition[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(4): 711-720.

structure. The method and conclusion can provide a basis for blade rub impact analysis and fault diagnosis.

Key words: reduced order model; blade rubbing; proper orthogonal decomposition; rubbing response; modal energy

航空发动机叶片在运行过程中需承受高转速、高压、高温的工作环境,随着对航空发动机性能需求的提升,通常会采取减小叶顶间隙等措施,降低因流体泄漏引起的能量损耗^[1]。因此,当转子出现不对中、机匣变形时极易引起叶片-机匣碰摩故障,导致叶片承受非正常的冲击载荷,使叶片产生疲劳裂纹甚至断裂故障^[2]。

针对叶片-机匣碰摩故障问题国内外学者已经进行了较为广泛的研究。在碰摩故障动力学建模方面,马辉、Prabith等针对旋转机械中的叶片-机匣碰摩动力学模型及相关试验研究进行了综述,指出现有的分析模型主要有:连续弹性碰摩模型、基于接触理论的碰摩模型、脉冲力模型、法向碰摩模型以及考虑磨损的碰摩模型等,并详细分析了不同碰摩模型的优缺点及适用性^[3-4]。Wang等提出了一种叶片-机匣碰摩模型,该模型能够研究单点碰摩及全周碰摩问题,基于此模型分析了初始间隙对碰摩力的影响,并进行了相关试验验证^[5]。赵洋等在考虑旋转效应及摩擦热效应的基础上,建立了基于Hertz接触理论的叶片-机匣碰摩模型,并分析了机匣径向碰摩变形量的影响因素^[6]。陈果等在弹性碰摩模型的基础上,提出了一种碰摩模型,能够分析叶片数目及叶顶间隙对碰摩力的影响,并能够模拟单点、多点碰摩问题^[7]。在叶片-机匣碰摩系统动力学特性研究方面,东北大学的马辉团队进行了较为深入的分析与研究^[8-15],充分分析了叶片-机匣碰摩过程中叶片振动响应的频谱特征及不同碰摩参数对碰摩振动响应的影响规律。张俊红等分析了封严涂层对航空发动机叶片的碰摩过程的影响,通过数值仿真与实验测试相结合的方法研究了叶片转速和侵入量对叶片碰摩响应的影响规律,并指出碰摩力具有周期性的脉冲特征^[16]。Agrapart等在考虑热-机耦合效应的基础上,采用数值模拟的方法进行了叶片-机匣碰摩故障研究,分析了磨损及热膨胀系数对叶片碰摩响应的影响^[17]。Ding等建立了叶片-机匣碰摩转子系统动力学模型,研究了转子不平衡与叶片-机匣碰摩耦合故障特征,并通过搭建试验台进行了碰摩故障模拟实验,通过仿真与实

验手段分析了不同参数对系统动力学特性的影响^[18]。Kammer等针对叶片-机匣碰摩问题,研究了结构参数对系统稳定性的影响,并推导了结构参数与稳定性边界的解析表达式^[19]。Xiao等基于有限元仿真的方法,分析了复合材料叶片-机匣碰摩过程中的叶片应力问题,并研究了可磨耗涂层的堆积顺序对叶片振动响应的影响^[20]。Yang等研究了非线性减振器在不平衡-松动-碰摩耦合故障转子-机匣系统中的振动控制问题,分析了不同转速及叶盘-机匣偏心工况下的减振效果^[21],同时也针对非均匀初始间隙下的叶片-机匣碰摩响应进行了分析研究^[22]。Yu等针对单点碰摩、局部碰摩问题,提出了采用循环自相关函数及希尔伯特变换对碰摩响应进行分析的方法^[23]。Zeng等以单叶片-柔性机匣为研究对象,分别采用增量拉格朗日乘子法和罚函数法结合模型降阶技术分析了偏心及摩擦因数对碰摩响应的影响^[24]。Zhang等研究了含可磨耗涂层的叶片-机匣碰摩系统的动力学特性,分析了转速及初始间隙对碰摩力及系统振动响应的影响规律^[25]。

通过以上的研究可以看出针对叶片-机匣碰摩故障机理研究方面主要集中于碰摩模型及动力学特性的方面,但由于叶片碰摩问题为高度非线性问题,并且叶片碰摩系统动力学的离散模型为高维度的动力学方程,因此在求解过程中会产生较大的计算成本。因此,研究叶片碰摩系统动力学模型的降阶方法具有重要的意义。

动力学模型降阶的研究主要包含两方面:模态离散化和模态截取^[26]。本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)是一种可应用于线性和非线性结构的分析方法,常用于线性及非线性结构的模型缩减,该方法近几年被广泛应用于流体动力学研究领域,但是在结构动力学领域的应用研究并不广泛。邓子辰等基于欧拉-伯努利梁理论分析了柔性悬臂梁撞击系统的动力学特性,并采用Karhunen-Loeve方法对动力系统进行了降阶^[26]。Ritto等分析了本征正交分解(POD)在振动冲击问题研究方面应用的可能性,提出了一种基于POD的模型降阶方法,并介绍了

3种构造 POD 基的途径^[27]。哈尔滨工业大学相关学者对于 POD 模型降阶方法也做了较为深入的研究分析,于海等针对具有裂纹及碰摩故障的多自由度转子系统进行了降阶分析,验证了降阶系统与原系统具有相同的动力学特性^[28-29]。路宽等基于瞬态 POD 方法对具有支座松动故障及多种故障耦合工况下的多自由度转子系统非线性动力学特性进行了分析研究,结果表明 POD 方法对于复杂结构同样具有较好的降阶效果^[30-31]。Azeez 等也对本征正交分解方法在碰撞冲击问题研究方面做了较为深入的研究,以悬臂梁及悬臂转子为研究对象,基于本征正交分解的模型降阶方法分析了非线性能量的传输模式^[32]。

本文在以往研究的基础上,针对叶片局部碰摩响应问题,采用本征正交分解(POD)方法进行动力学模型降阶,并利用隐式数值积分方法对降阶后的动力学方程进行求解,获取了叶片碰摩响应,并对降阶模型的鲁棒性及模态能量的传输机制进行了分析研究。

1 叶片碰摩动力学问题

1.1 叶片碰摩系统动力学方程

旋转叶片结构的动力学方程可以表示为^[8]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G})\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K} + \mathbf{S} - \mathbf{K}_s)\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 为整体质量矩阵, $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵, $\mathbf{G}$ 为整体科氏力矩阵, $\mathbf{K}$ 为整体结构刚度矩阵, $\mathbf{S}$ 为应力刚化矩阵, $\mathbf{K}_s$ 为旋转软化矩阵; $\mathbf{u}$ 为位移矢量; $\mathbf{F}$ 为碰摩载荷 F_{rub} 与气动载荷 F_{air} 之和。阻尼矩阵 $\mathbf{C}$ 表示为瑞利阻尼形式,即

$$\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \beta_1 \mathbf{K} \quad (2)$$

其中 α_1, β_1 分别为瑞利阻尼系数。

令 $\mathbf{C}_b = \mathbf{C} + \mathbf{G}$, $\mathbf{K}_b = \mathbf{K} + \mathbf{S} - \mathbf{K}_s$, 则旋转叶片的动力学方程可以简化为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_b\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_b\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (3)$$

旋转状态下叶盘结构叶片所受的气流尾迹激励可以表示为多谐波脉动压力载荷^[15]

$$F_{\text{air}} = F_0 + F_1 \sin(k\omega t) + F_2 \sin(2k\omega t) + \dots + F_h \sin(hk\omega t) \quad (h = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

其中 F_0 为静压, F_h 为谐波分量幅值, k 为旋转叶片前侧导叶或静叶数量, ω 为叶片转频。

为简化气动载荷,本文仅取其第一个谐波分量作用于叶片表面,设定旋转叶片前部存在 $k = 10$ 个导叶或静叶, $F_1 = 243.9 \text{ N/m}^2$, 则有 $F_{\text{air}} = 243.9 \sin(10\omega t)$ 。

1.2 局部碰摩模型及碰摩力分析

本文考虑如图1所示的叶片局部碰摩模型,并考虑机匣的弹性效应,机匣径向刚度为 k_c , 当碰摩发生时其在径向上的变形为

$$u_c = \frac{F_n}{k_c} \quad (5)$$

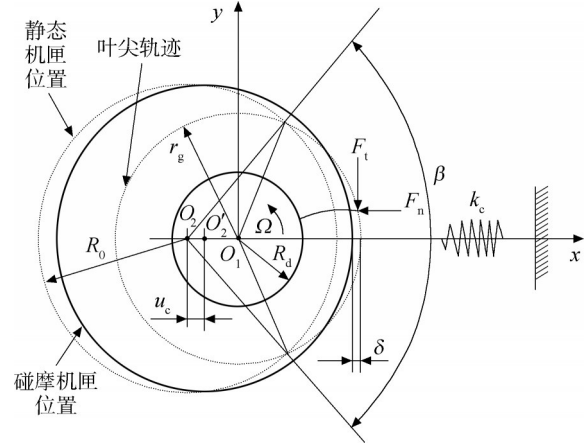


图1 叶片碰摩示意图

Fig.1 Schematic diagram of blade rubbing

其中叶盘半径为 R_d , 叶尖轨迹为 r_g , 转速为 Ω , 机匣半径为 R_0 , 叶片侵入量为 $\delta = u_c + u_r$, u_r 为叶片径向变形量, 碰摩发生时叶尖承受法向碰摩力 F_n 及切向摩擦力 F_t 。本文在考虑模型降阶方法的基础上采用脉冲力模型, 如图2所示。

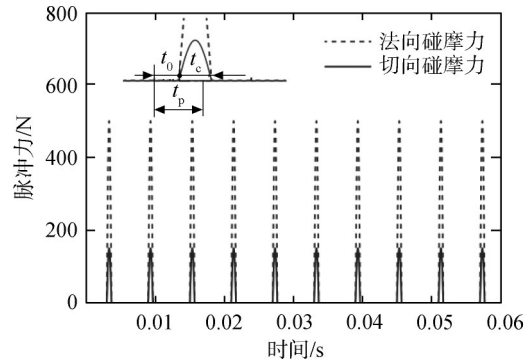


图2 脉冲力示意图

Fig.2 Schematic diagram of pulse force

在一个旋转周期内法向碰摩力可表述为

$$F_n(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq t_0, t_c + t_0 \leq t \leq t_p \\ -F_{n\max} \sin[(t - t_0)\pi/t_c] & t_0 \leq t \leq t_c + t_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 t 为时间, t_0 为碰摩起始时间, t_c 为局部碰摩持续时间, t_p 为叶片旋转周期。

$$t_c = \frac{60\beta}{2\pi\Omega} \quad (7)$$

其中^[14]

$$\beta = 2\arccos \left[\frac{R_0^2 + (R_0 + \delta - r_g)^2 - r_g^2}{2R_0(R_0 + \delta - r_g)} \right] \quad (8)$$

F_{nmax} 为法向碰摩力幅值,具体表述为^[14]

$$F_{nmax} = L\tau k_c \left[\frac{-5\left(\alpha\tau - 2\frac{\delta}{L}\right)}{20\tau - \frac{10\delta}{\alpha L} + 6\alpha\mu^2} + \frac{\sqrt{5}\alpha \sqrt{5\tau\left(\tau + \frac{4\delta}{\alpha L}\right) + 12\mu^2\frac{\delta}{L}}}{20\tau - \frac{10\delta}{\alpha L} + 6\alpha\mu^2} \right] \quad (9)$$

其中

$$\tau = \frac{EI \frac{3}{L^3} + \rho A \Omega^2 \left(\frac{81}{280} L + \frac{3}{8} R_d \right)}{k_c}$$

$$\alpha = \frac{R_d + L}{L}$$

式中 E 为弹性模量; I 为惯性矩; ρ 为密度; A 为叶片截面积; L 为叶片长度。

切向摩擦力采用库伦摩擦模型

$$F_t(t) = \mu F_n(t) \quad (10)$$

其中摩擦因数 μ 设定为 0.3。

2 本征正交分解降阶原理

2.1 快照矩阵生成

本征正交分解是在全阶模型仿真数据或者测试数据的基础上,通过对一系列的快照(snapshots)数据所组成的快照矩阵进行本征正交分解,产生一组能够充分反映全阶系统动力学特性的正交基。本文考虑选取不同时刻全阶系统的位移响应作为瞬态快照,通过组合瞬态快照数据生成快照矩阵,快照矩阵 S 为

$$S = [u(t_1), u(t_2), \dots, u(t_i), \dots, u(t_n)] \quad (11)$$

其中 $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$, m 为全阶系统自由度数; n 为所选取的快照数量,通常 $n \leq m$; $u(t_i)$ 为不同时刻的系统位移响应。

2.2 POD 分解及最优基底获取

POD 的本质是在原始系统的仿真响应数据或测试数据的基础上,获得一组正交基底

$$\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\} \quad (12)$$

全阶系统不同时刻的响应 $u(t_i)$ ($i =$

$1, 2, \dots, n$) 与其在该正交基所展成的子空间上的投影误差范数等价于一个最值问题^[32]

$$G = \max_{\varphi} \sum_{i=1}^m \frac{(u_i, \varphi)^2}{\|\varphi\|^2} \quad (13)$$

$$\Phi^T \Phi = I(n) \quad (14)$$

向量 φ_i 为 POD 模态正交基,矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是 POD 模态正交基的组合,并且矩阵 Φ 满足式(14)所示的正交性。式(13)中表述的最值问题可以转化为特征值求解问题

$$SS^T u = \lambda u \quad (15)$$

对于矩阵 $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 由于 $n \leq m$, 由于矩阵 SS^T 的维数 m 远大于矩阵 $S^T S$ 的维数 n 。因此,为了降低本征正交分解过程中的计算规模,可以定义相关矩阵 R

$$R = S^T S \quad (16)$$

首先通过奇异值分解方法求解相关矩阵 R 的特征值 λ 和特征向量 ϕ_i

$$R\phi_i = \lambda_i \phi_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

得到矩阵 SS^T 矩阵的特征值对应的 n 个特征向量 $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} S\phi_i \quad (18)$$

由此,得到一组 POD 模态正交基,任意空间位置处的响应都可以表示成这组 POD 模态基的线性组合,即

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) \varphi_i(x) \quad (19)$$

式中 α_i 为 POD 模态基的系数,与时间有关。

利用上述式(18)获得的少数几个 POD 模态正交基对原始全阶模型进行自由度缩减。为了选择尽可能少的 POD 模态正交基,可以通过子空间的总能量与全阶空间能量之比 $I(h)$ 进行模态截取, $I(h)$ 可以表述为相应 POD 模态特征值和与全部特征值和的比值^[32]

$$I(h) = \frac{\sum_{i=1}^h \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (20)$$

一般 $I(h)$ 的值应大于 99.9%, 这样所截取的 POD 模态基可以用于将全阶系统投影到更低维的子空间,实现系统降阶。

截断之后的 POD 模态基可以表示为 $\Phi \in \mathbb{R}^{h \times h}$, 其中 $h < n$, 那么,系统的位移响应为

$$u(x, t) \approx \Phi(x) \alpha(t) \quad (21)$$

式中 $\alpha(t)$ 为 POD 模态系数。

2.3 降阶模型分析

由于系统的位移响应 $u(x,t)$ 可以表示为上述截断后的 POD 模态基的线性组合,将其带入全阶系统的动力学方程(式(3))中,等式两侧左乘 Φ^T ,则原系统动力学方程可以表述为

$$\begin{aligned}\bar{M}\ddot{\alpha} + \bar{C}\dot{\alpha} + \bar{K}\alpha &= \bar{F} \\ \bar{M} &= \Phi^T M \Phi \\ \bar{C} &= \Phi^T C_b \Phi \\ \bar{K} &= \Phi^T K_b \Phi \\ \bar{F} &= \Phi^T F\end{aligned}\tag{22}$$

其中 $\bar{M}$ 、 $\bar{C}$ 、 $\bar{K}$ 为对称矩阵,都为 $h \times h$ 维矩阵,和全阶系统相比,待求未知参数由 u 转化为 α ,并且系统自由度由 m 降为 h ,极大地降低了方程规模,求解式(22)得到各个时刻的系数 $\alpha(t)$,投影回原全阶空间即可得到所有自由度的位移响应。

3 基于降阶模型的叶片碰摩响应分析

3.1 有限元建模及响应分析

本文以榫接形式的压气机单叶片模型为研究对象,如图 3 所示。叶片材料为钛合金,其材料属性参数及叶片关键几何尺寸参数分别如表 1~表 2 所示。

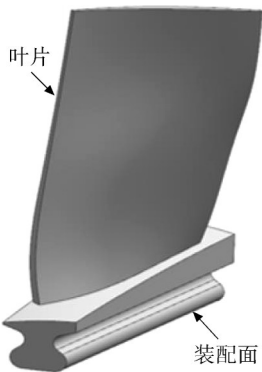


图 3 单叶片结构模型
Fig.3 Single blade structure model

叶片采用 Solid 45 单元进行离散建立有限元模型,如图 4 所示,模型共离散为 7 752 个单元,24 533 个节点,每个节点有 3 个自由度,分别为 x 、 y 、 z 三个方向上的平移自由度,模型总自由度数目为 73 599,在叶尖位置节点处施加碰摩载荷,在叶片表面施加均布气动载荷,通过提取 1#、2#和 3#节点处的位移响应评估模型降阶方法的有效性。

通过模态分析获得叶片的前两阶固有频率值

表 1 叶片材料属性参数

Table 1 Blade material property parameters

参数	数值
弹性模量/GPa	125
密度/(kg/m ³)	4 370
泊松比	0.3

表 2 叶片几何尺寸参数

Table 2 Blade geometry parameters

参数	数值
长度/mm	117.6
中截面宽度/mm	48.8
中截面厚度/mm	7
叶尖轨迹半径/mm	325.7

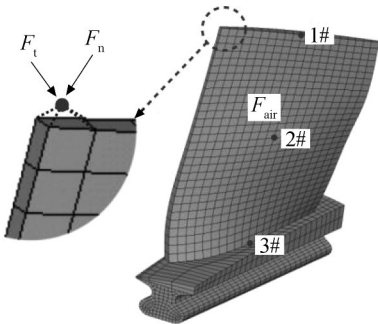


图 4 叶片有限元模型及载荷
Fig.4 Blade finite element model and load

分别为 $f_{n1} = 670\text{ Hz}$ 、 $f_{n2} = 1\,662\text{ Hz}$,其模态振型如图 5 所示,叶片的第 1 阶模态振型为弯曲振型,第 2 阶模态振型为扭转振型。

在碰摩响应计算过程中,约束榫头与燕尾槽的接触面,瑞利阻尼系数 $\alpha_1 = 18.124$, $\beta_1 = 4 \times 10^{-5}$ 。叶片转速为 10 000 r/min,叶片侵入量 $\delta = 0.1\text{ mm}$,机匣刚度采用文献[14]中的数值 $k_c =$

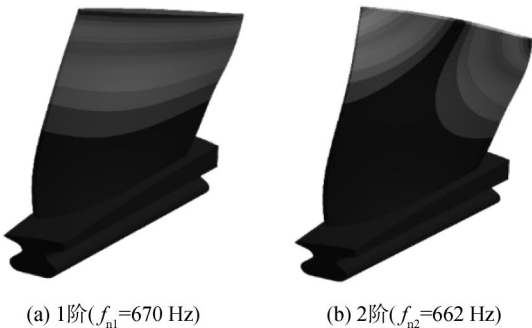


图 5 模态振型及固有频率
Fig.5 Modal vibration shape and natural frequency

$5 \times 10^6 \text{ N/m}$, 由式(9)可计算获得法向碰摩力幅值 $F_n \approx 500 \text{ N}$, 由式(7)可得碰摩持续时间 $t_c = 0.000\,677 \text{ s}$, 叶片旋转周期 $t_p = 0.006 \text{ s}$, 碰摩起始时间设定为 $t_0 = 0.5 \times t_p$ 。

采用隐式数值积分 Newmark- β 方法进行积分求解, 时间步长

$$\Delta t = \frac{1}{Nf_{\max}} \quad (23)$$

其中 $f_{\max}$ 为最高分析频率, 对于碰撞问题 N 应大于 $30^{[33]}$, 取最高分析频率 $f_{\max} = 2\,000 \text{ Hz}$, 时间步长 $\Delta t = 0.000\,012\,5$, 并提取全自由度在不同时间步下的位移响应数据, 截取稳定响应阶段 500 个快照数据组成快照矩阵 S , 响应计算所采用设备的基本配置为 Intel(R) Core(TM) i5-10400F 处理器, 处理器主频 2.90 GHz , 8 G 运行内存, 64 位 Windows 10 操作系统。截取稳定阶段数据进行分析, 分别提取叶顶处 1# 节点不同方向上的碰摩位移响应如图 6~图 7 所示。

从图 6 时域响应可知沿着 z 方向的响应幅值最高, 其次为 x 方向, y 方向的位移响应最小。由图 7 频域响应可知, 在叶片碰摩过程中主要频率

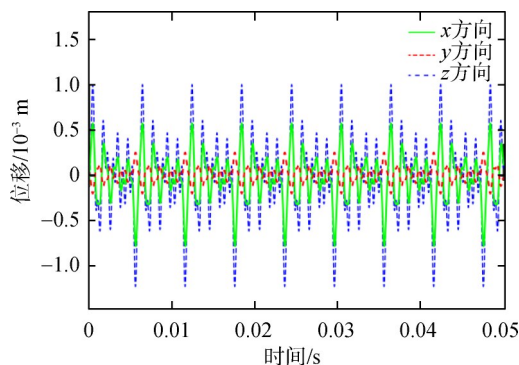


图 6 1#节点时域响应

Fig.6 Time domain response of 1# nodes

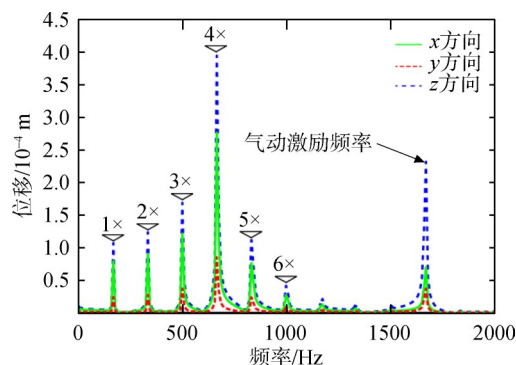


图 7 1#节点频域响应

Fig.7 Frequency domain response of 1# nodes

成分为叶片转频($1 \times$) 166.7 Hz 及其倍频($2 \times$ 、 $3 \times$ 、 $4 \times$ 、 $5 \times$ 、 $6 \times$), 其中 4 倍频($4 \times$)处响应幅值最高, 其原因为 4 倍频 666.8 Hz 接近叶片的 1 阶弯曲模态频率 $f_{n1} = 670 \text{ Hz}$; 并且由于考虑了气动载荷, 因此在频谱上也会出现气动载荷激励频率。

3.2 降阶模型获取

基于全阶模型响应求解过程中提取的快照矩阵 S , 根据文中第 2 节中本征正交分解的基本原理进行快照矩阵分解获取 POD 基, 前 30 阶 POD 模态的特征值 λ 见图 8, 其中 λ 以对数形式表示。

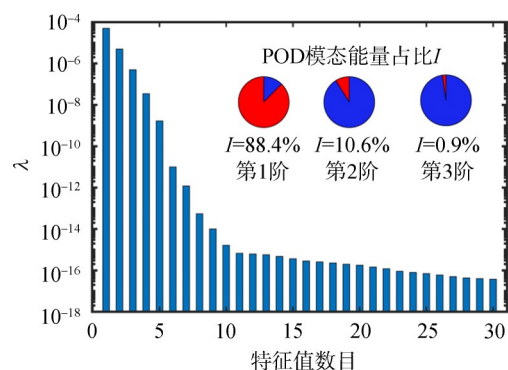


图 8 前 30 阶 POD 模态对应的特征值

Fig.8 Eigenvalues of the first 30 POD modes

根据式(20)计算模态能量占比 I 进行 POD 模态的截断, 如图 8 可知第 1 阶 POD 模态能量占比为 88.4% , 第 2 阶 POD 模态能量占比为 10.6% , 第 3 阶 POD 模态能量占比为 0.9% 。因此, 为保证降阶模型的计算精度, 截取前两阶 POD 模态作为投影子空间 $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2\}$, 根据式(22)将全阶模型的系统矩阵及载荷向量投影到由 POD 基所展成的子空间中, 从而达到模型降阶的目的。

3.3 降阶模型求解精度及鲁棒性分析

根据上述过程获得的降阶模型进行叶片碰摩响应计算, 计算完成后将方程解重新投影回原始的物理空间。分别提取叶片顶端、叶片中间及叶片根部节点的响应值与全阶模型进行对比, 评估降阶模型的计算精度及计算效率。

如图 9 所示为叶片顶端 1# 节点的时域响应曲线, 通过对比可知降阶模型计算的响应值与原全阶系统的响应幅值高度接近。

从图 10 响应频谱可知, 基于降阶模型的碰摩响应计算在频率成分上也与原全阶系统相同, 在碰摩发生时, 频谱成分主要为转频($1 \times$)及其倍频($2 \times$ 、 $3 \times$ 、 $4 \times$ 、 $5 \times$ 、 $6 \times$)成分以及气动载荷激励频率, 并且在转频的 4 倍频($4 \times$)处由于接近叶片

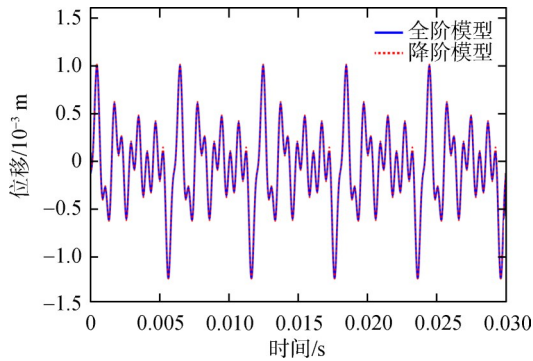


图9 1#节点 z 方向时域响应对比

Fig.9 Comparison of time domain response of 1# nodes in z direction

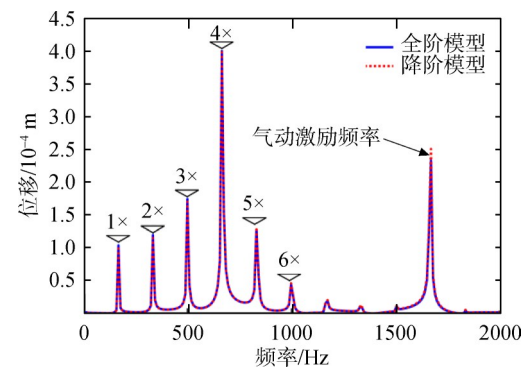


图10 1#节点 z 方向频域响应对比

Fig.10 Comparison of frequency domain response of 1# nodes in z direction

的1阶弯曲模态频率,导致该频点处的响应幅值相对较高。

通过提取叶片顶端、叶片中间及叶片根部节点3个方向上的碰摩响应,计算时域响应的峰峰值相对于全阶系统的偏差,如图11所示,作为其降阶模型计算精度的评价指标,并统计全阶模型以及降阶模型的计算时间作为计算效率的评价指标,进行降阶模型效率的评估,如表3所示。

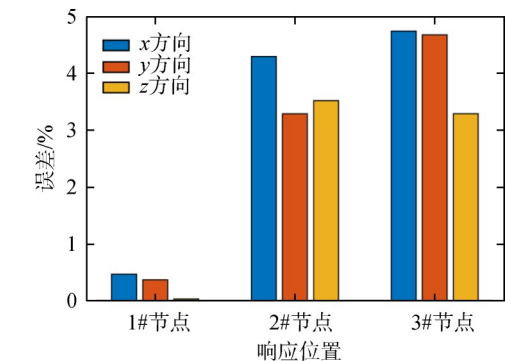


图11 不同节点处响应精度

Fig.11 Response accuracy at different nodes

表3 计算效率对比		
Table 3 Comparison of calculation efficiency		
模型	计算时间/s	效率提升/%
原模型	890.3	
降阶模型	13.8	98.4

由图11可知,降阶模型响应幅值偏差率绝对值在5%以下,因此,可以认为降阶模型具有较高的计算精度。并且如表3所示,全阶模型计算用时约为890.3 s,而降阶模型的求解用时仅为13.8 s,相对于全阶模型计算效率提升约为98.4%。

为了验证本文所提出的降阶模型的鲁棒性,考虑叶片转速、侵入量参数变化对降阶模型响应偏差的影响。首先,在侵入量为0.1 mm,叶片转速分别在5 000、10 000、15 000 r/min三种转速下进行了叶片碰摩响应分析,通过提取不同节点位置处 z 方向碰摩响应数据的峰峰值进行对比分析,获得降阶模型的响应偏差率随转速变化的曲线,如图12所示。

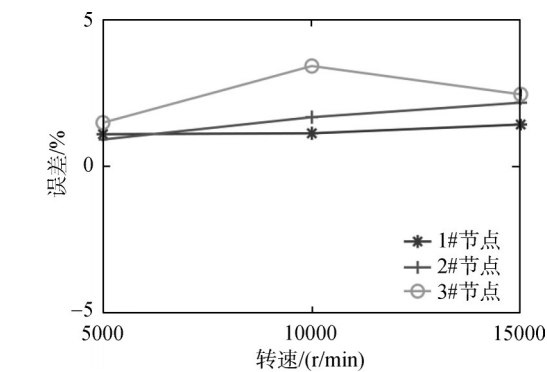


图12 不同转速时降阶模型计算偏差

Fig.12 Calculation deviation of reduced order model at different speeds

其次,在转速5 000 r/min工况下,针对侵入量分别为0.1、0.15、0.2 mm时进行了碰摩响应分析,获得降阶模型的响应偏差率随侵入量变化的曲线,如图13所示。

通过图12~图13可知在叶片转速、侵入量变化时,采用文中第3.2节获得的降阶模型计算的碰摩响应的偏差率均小于5%。因此,在工程领域可以认为本文所提出的针对单叶片碰摩系统的模型降阶方法是具有一定的鲁棒性。

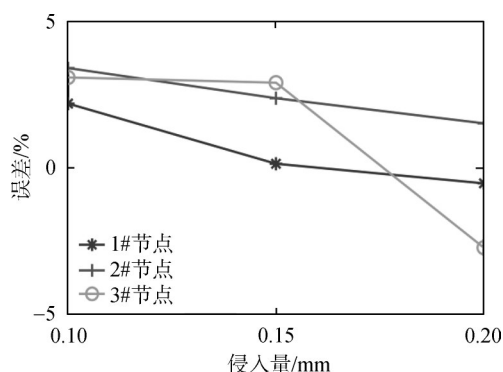


图 13 不同侵入量时降阶模型计算偏差

Fig.13 Calculation deviation of reduced order model with different invasion amounts

4 模态能量转移特性分析

由文中第 3.2 节中图 8 可知每个 POD 模态均对应相应的模态能量,表征了该工况下碰摩响应中包含该模态的信号能量。研究不同工况下 POD 模态能量的变化及其它们之间的传递特性,对于评估碰摩结构的非线性程度及故障诊断具有重要意义^[32]。

本小节分析了不同转速及侵入量下前 3 阶 POD 模态能量及其变化趋势,分别如图 14~图 16 所示。

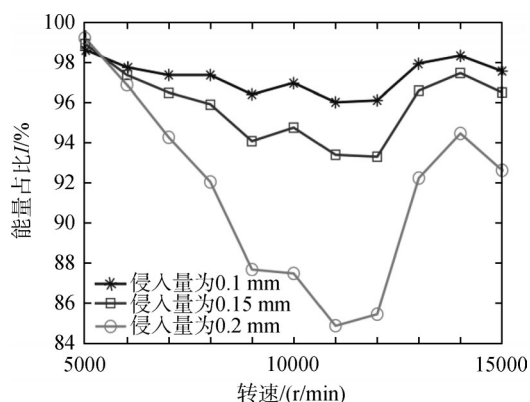


图 14 第 1 阶 POD 模态能量占比

Fig.14 Modal energy ratio of the first order POD

由图 14~图 15 可知,转速在 5 000~11 000 r/min 范围内,随着转速增加,POD 模态能量从第 1 阶模态向第 2 阶模态转移,第 1、第 2 阶 POD 模态能量在 11 000 r/min 处出现极值;转速在 12 000~14 000 r/min 范围内,随着转速增加,POD 模态能量从第 2 阶模态向第 1 阶模态转移。考虑出现上述变化趋势的原因为叶片的第 1 阶固有频率为 670 Hz,处于 10 000 r/min 及 11 000 r/min 转频的

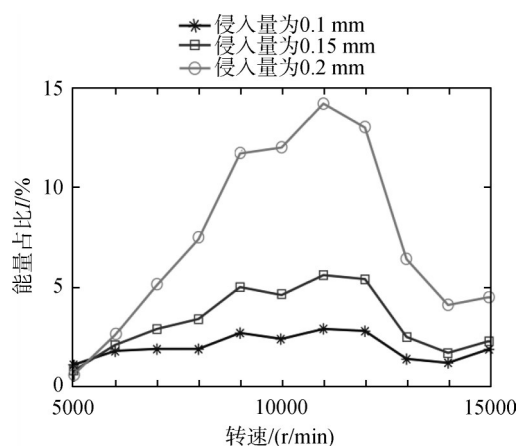


图 15 第 2 阶 POD 模态能量占比

Fig.15 Modal energy ratio of the second order POD

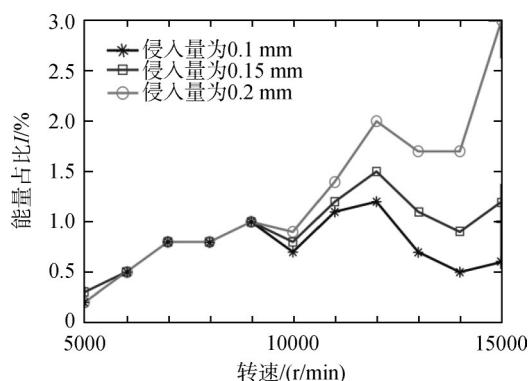


图 16 第 3 阶 POD 模态能量占比

Fig.16 Modal energy ratio of the third order POD

4 倍频之间,因此,靠近叶片固有频率区域,POD 模态能量向高阶模态传递,而远离叶片固有频率的区域,叶片碰摩响应信号的能量主要由第 1 阶 POD 模态主导。由图 16 第 3 阶 POD 模态能量分析可知,由于该阶 POD 模态能量占比相对较小,在能量占比拐点出现的转速区域稍有偏差。并且由图 14~图 16 可知随着侵入量的增加,POD 模态能量也存在由低阶向高阶转移的现象。因此,可以通过结构响应信号的 POD 模态能量转化角度及规律,为碰摩系统故障诊断提供一些参考。

通过本文上述的分析研究,为碰摩系统结构动力学模型降阶提供了一种途径,对于多叶片碰摩系统及叶片-转子耦合等复杂系统,可参照本文的模型降阶流程。但对于更加复杂的系统应在获取系统响应快照的方法上根据复杂系统的动力学特性进行优化与改进,以便确保降阶模型在宽参数域内的鲁棒性。

5 结 论

通过上述针对叶片碰摩过程的研究,可以得到以下典型结论:

1) 当叶片发生碰摩时,振动能量主要集中在叶片转频及倍频以及外界气动激励频率成分上,当激励频率接近叶片的固有频率时,会引起叶片的大幅振动。

2) 通过对比全阶模型和降阶模型的碰摩响应计算结果,表明采用较少的POD模态即可较好地近似全阶系统的响应特性,其响应偏差在5%以下,并且计算效率相对于全阶模型提升98.4%。

3) 通过分析不同转速及侵入量下降阶模型的碰摩响应,验证了降阶模型在所分析的参数范围内具有较好的鲁棒性。

4) 转速及侵入量参数的变化会引起POD模态能量在低阶和高阶之间转移的现象。在靠近叶片的固有频率区域,POD模态能量由低阶向高阶传递;远离叶片固有频率区域,POD模态能量由高阶向低阶传递。并且,随着侵入量的增加,POD模态能量逐渐向高阶传递。因此,POD模态能量的转移规律可以为碰摩系统的故障诊断提供参考。

参考文献:

- [1] 韩金昌,左彦飞,冯坤.周期性碰摩激励作用下薄壁机匣支撑系统响应机理[J].航空动力学报,2021,36(1):167-175.
HAN Jingchang,ZUO Yanfei,FENG Kun.Response mechanism of thin-walled casing support system under periodic rubbing excitation[J].Journal of Aerospace Power,2021,36(1):167-175.(in Chinese)
- [2] 高志坤,胡霖,张开阔,等.某高压压气机第4级转子叶片断裂分析[J].航空发动机,2019,45(6):85-89.
GAO Zhikun,HU Lin,ZHANG Kaikuo,et al.The fracture analysis of the fourth stage rotor blade of a high pressure compressor[J].Aeroengine,2019,45(6):85-89.(in Chinese)
- [3] 马辉,太兴宇,李焕军,等.旋转叶片-机匣碰摩模型及试验研究综述[J].航空动力学报,2013,28(9):2055-2069.
MA Hui,TAI Xingyu,LI Huanjun,et al.Literature survey of rub-impact model and experiment of rotating blade and casing[J].Journal of Aerospace Power,2013,28(9):2055-2069.(in Chinese)
- [4] PRABITH K,KRISHNA I R P.The numerical modeling of rotor-stator rubbing in rotating machinery:a comprehensive review[J].Nonlinear Dynamics,2020,101(2):1317-1363.
- [5] WANG H F,CHEN G.Simulation analysis of casing vibration response and its verification under blade-casing rubbing fault[J].Journal of Vibration and Acoustics,2016,138(3):

1-14.

- [6] 赵洋,华一雄,张执南,等.基于Hertz接触理论的叶片-机匣碰摩模型[J].上海交通大学学报,2019,53(6):660-664.
ZHAO Yang,HUA Yixiong,ZHANG Zhinan,et al.A new blade-casing rubbing model based on hertz contact theory[J].Journal of Shanghai Jiaotong University,2019,53(6):660-664.(in Chinese)
- [7] 陈果,王海飞,刘永泉,等.新型叶片-机匣碰摩模型及其验证[J].航空动力学报,2015,30(4):952-965.
CHEN Guo,WANG Haifei,LIU Yongquan,et al.A new blade-casing rubbing model and its validation[J].Journal of Aerospace Power,2015,30(4):952-965.(in Chinese)
- [8] 郭旭民,孙祺,马辉,等.旋转叶片-柔性机匣碰摩振动响应分析[J].振动与冲击,2019,38(5):162-167.
GUO Xumin,SUN Qi,MA Hui,et al.Rub vibration response of rotating blade and flexible casing[J].Journal of Vibration and Shock,2019,38(5):162-167.(in Chinese)
- [9] 马辉,王迪,太兴宇,等.碰摩作用下盘片榫连结构接触特性的响应分析[J].航空动力学报,2015,30(9):2203-2210.
MA Hui,WANG Di,TAI Xingyu,et al.Contact characteristics of response analysis of blade-disc dovetail structure under rubbing condition[J].Journal of Aerospace Power,2015,30(9):2203-2210.(in Chinese)
- [10] 马辉,孙祺,太兴宇,等.旋转叶片-机匣碰摩振动响应分析[J].振动与冲击,2017,36(14):26-32.
MA Hui,SUN Qi,TAI Xingyu,et al.Vibration response analysis on the rotating blade-casing rubbing[J].Journal of Vibration and Shock,2017,36(14):26-32.(in Chinese)
- [11] 马辉,吴志渊,太兴宇,等.含碰摩故障的转子-盘片-机匣系统动力学特性分析[J].航空动力学报,2015,30(8):1950-1957.
MA Hui,WU Zhiyuan,TAI Xingyu,et al.Dynamic characteristics analysis of rotor-blade-casing system with rub-impact fault[J].Journal of Aerospace Power,2015,30(8):1950-1957.(in Chinese)
- [12] 太兴宇,马辉,谭祯,等.叶片-机匣系统碰摩振动响应分析[J].振动、测试与诊断,2014,34(2):280-397.
TAI Xingyu,MA Hui,TAN Zhen,et al.Response analysis of rub-impact vibration of blade-casing system[J].Journal of Vibration,Measurement & Diagnosis,2014,34(2):280-385.(in Chinese)
- [13] SUN Q,MA H,ZHU Y P,et al.Comparison of rubbing induced vibration responses using varying-thickness-twisted shell and solid-element blade models[J].Mechanical Systems and Signal Processing,2018,108(3):1-20.
- [14] MA H,WANG D,TAI X Y,et al.Vibration response analysis of blade-disk dovetail structure under blade tip rubbing condition[J].Journal of Vibration and Control,2016,23(2):252-271.
- [15] MA H,YIN F L,TAI X Y,et al.Vibration response analysis caused by rubbing between rotating blade and casing[J].Journal of Mechanical Science and Technology,2016,30(5):1983-1995.

- [16] 张俊红,王杰,鲁鑫,等.考虑封严涂层的航空发动机叶片碰摩过程[J].浙江大学学报(工学版),2018,52(5):980-987. ZHANG Junhong, WANG Jie, LU Xin, et al. Rubbing process of aero-engine blades considering seal coating[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, 52(5): 980-987. (in Chinese)
- [17] AGRAPART Q, NYSSSEN F, LAVAZEC D, et al. Multi-physics numerical simulation of an experimentally predicted rubbing event in aircraft engines[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 460(2):114869.1-114869.93.
- [18] DING K Y, WANG Z, LU X, et al. Vibration investigation of rotor system with unbalance and blade-casing rubbing coupling faults[J]. Journal of Vibroengineering, 2020, 22(2): 353-365.
- [19] KAMMER A S, OLGAC N. Blade/casing rub interaction in turbomachinery: structural parameters' influence on stability [J]. Journal of Propulsion and Power, 2016, 32(4):929-938.
- [20] XIAO J G Y, CHEN Y, TIAN J, et al. Numerical investigation of rub-induced composite fan blade vibrations and abradable coating removals[J]. Composite Structures, 2019, 226(5): 111274.1-111274.15.
- [21] YANG Y, CHEN G, OUYANG H J, et al. Nonlinear vibration mitigation of a rotor-casing system subjected to imbalance-looseness-rub coupled fault[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2020, 122(4):1-16.
- [22] YANG Y, OUYANG H J, WU X L, et al. Bending-torsional coupled vibration of a rotor-bearing-system due to blade-casing rub in presence of non-uniform initial gap[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 140(3):170-193.
- [23] YU M Y, FENG Z G, HUANG J J, et al. A new characteristic analysis method for aero-engine rotor-stator rubbing[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 232(6):1120-1133.
- [24] ZENG J, MA H, YU K, et al. Rubbing response comparisons between single blade and flexible ring using different rubbing force models[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 164(6):105164.1-105164.33.
- [25] ZHANG J H, LU X, LIN J W, et al. Dynamic characteristics analysis of blade-casing rubbing faults with abradable coatings[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2020, 235(6): 203-210.
- [26] 邓子辰,范小弄,赵玉立.基于Karhunen-Loève展开的柔性梁撞击系统的降阶方法[J].动力学与控制学报,2005,3(1): 24-27. DENG Zichen, FAN Xiaonong, ZHAO Yuli. Reduced-order method for flexible impact system based on Karhunen - Loève expansion[J]. Journal of Dynamics and Control, 2005, 3(1):24-27. (in Chinese)
- [27] RITTO T G, BUEZAS F S, SAMPAIO R. A new measure of efficiency for model reduction: Application to a vibroimpact system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(9): 1977-1984.
- [28] 于海,陈予恕,曹庆杰.多自由度裂纹转子系统非线性动力学特性分析[J].振动与冲击,2014,3(7):92-98. YU Hai, CHEN Yushu, CAO Qingjie. Nonlinear dynamic behavior analysis for a cracked multi-DOF rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 3(7):92-98. (in Chinese)
- [29] 于海,陈予恕,曹庆杰.多自由度碰摩转子系统非线性动力学特性分析[J].哈尔滨商业大学(自然科学版),2014,30(1): 75-79. YU Hai, CHEN Yushu, CAO Qingjie. Bifurcation analysis for nonlinear rubbing faults multi-degree-of-freedom rotor system[J]. Journal of Harbin University of Commerce (Natural Sciences Edition), 2014, 30(1):75-79. (in Chinese)
- [30] LU K, CHEN Y S. Dynamic behaviors analysis of reduced rotor models with looseness based on the tpod method[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 25(4): 15-30.
- [31] LU K, WU N, ZHANG K Y, et al. Dynamical behaviors analysis of the rotor model with coupling faults and applications of the TPOD method[J]. Applied Sciences, 2020, 10(21): 7415.1-7415.25.
- [32] AZEEZ M F A, VAKAKIS A F. Proper orthogonal decomposition (pod) of a class of vibroimpact oscillations[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 240(5):859-889.
- [33] 王新敏. ANSYS结构动力分析与应用[M]. 北京:人民交通出版社,2014.

(编辑:王碧珺)